



# UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

## TRABAJO FIN DE ESTUDIOS

Título

Uso de Scratch para el estudio y representación gráfica de funciones

Autor/es

ARTURO BUZARRA MENDIA

Director/es

JUAN MIGUEL RIBERA PUCHADES

Facultad

Escuela de Máster y Doctorado de la Universidad de La Rioja

Titulación

Máster Universitario de Profesorado, especialidad Matemáticas

Departamento

MATEMÁTICAS Y COMPUTACIÓN

Curso académico

2019-20



***Uso de Scratch para el estudio y representación gráfica de funciones***, de  
ARTURO BUZARRA MENDIA

(publicada por la Universidad de La Rioja) se difunde bajo una Licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 3.0 Unported. Permisos que vayan más allá de lo cubierto por esta licencia pueden solicitarse a los titulares del copyright.

**Trabajo de Fin de Máster**

# **Uso de Scratch para el estudio y representación gráfica de funciones**

**Autor**

*Arturo Buzarra Mencia*

**Tutor:** Juan Miguel Ribera Puchades

**MÁSTER:**

**Máster en Profesorado, Matemáticas (M06A)**

**Escuela de Máster y Doctorado**



**UNIVERSIDAD  
DE LA RIOJA**

---

**AÑO ACADÉMICO: 2019/2020**



## ÍNDICE

1	INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN .....	1
2	OBJETIVOS .....	3
3	MARCO TEÓRICO Y ESTADO DE LA CUESTIÓN .....	5
3.1	Enseñanza de las matemáticas .....	5
3.2	¿Qué son las TIC? .....	7
3.3	Importancia de la visualización en el aprendizaje .....	8
3.4	Aportes de las TIC a la enseñanza de las matemáticas .....	9
3.5	Aportes de la programación a la enseñanza de las matemáticas .....	11
3.6	¿Qué es Scratch? .....	12
3.7	Porque usar Scratch .....	13
3.8	Metodología docente .....	14
4	PROPUESTA EDUCATIVA.....	19
4.1	Justificación y eje organizador .....	19
4.2	Objetivos .....	19
4.3	Competencias .....	20
4.4	Contenidos.....	21
4.5	Metodología .....	22
4.6	Temporalización.....	23
4.7	Actividades programadas.....	24
4.7.1	<i>Sesión 1: Presentación de Scratch a los alumnos .....</i>	<i>24</i>
4.7.2	<i>Sesión 2: Introducción del concepto de función .....</i>	<i>25</i>
4.7.3	<i>Sesión 3: Obtención de un algoritmo de representación.....</i>	<i>27</i>
4.7.4	<i>Sesión 4: Actividad de introducción a la herramienta Scratch.....</i>	<i>28</i>

4.7.5	<i>Sesión 5: Actividad de profundización y refuerzo</i> .....	29
4.7.6	<i>Sesión 6: Actividad de evaluación</i> .....	30
4.8	Recursos .....	32
4.9	Atención a la diversidad .....	33
4.10	Evaluación .....	33
4.10.1	<i>Evaluación del proyecto</i> .....	38
5	DISCUSIÓN .....	39
6	CONCLUSIONES .....	41
7	BIBLIOGRAFÍA .....	43
8	ANEXOS .....	47

## Resumen

En este proyecto se propone un enfoque multidisciplinar para la introducción del concepto de función que se realiza en 2º de Educación Secundaria Obligatoria. Este punto de vista pretende incorporar las características pedagógicas que ofrece la programación informática en el proceso de asimilación de conceptos complejos y con cierto grado de abstracción, como por ejemplo los expuestos en el bloque de funciones de la asignatura de matemáticas. Para ello se han estudiado los diferentes aportes que pueden realizar las nuevas herramientas informáticas en el estudio de estos conceptos matemáticos, y más en concreto los beneficios que puede tener el pensamiento computacional en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. El principal objetivo de este proyecto es promover la visualización del concepto de función y sus principales características mediante el uso de la herramienta de programación denominada Scratch, ofreciendo un entorno visual, atractivo e interactivo y que constituya un elemento motivante y de refuerzo para los alumnos.

*Palabras clave:* Educación matemática, programación informática, representación de funciones, Tecnologías de la Información y la Comunicación, Scratch

## **Abstract**

In this project a multidisciplinary approach is proposed for the introduction of the concept of function that is carried out in the 2nd year of Compulsory Secondary Education. This point of view aims to incorporate the pedagogical characteristics offered by computer programming, in the process of assimilation of complex concepts and with a certain degree of abstraction, such as those described in the function block of the subject of mathematics. For this, the different contributions that new computer tools can make in the study of these mathematical concepts have been studied, and more specifically the benefits that computational thinking can have in the teaching-learning process of mathematics. The main objective of this project is to promote the visualization of the concept of function and its main characteristics through the use of the programming tool called Scratch, offering a visual, attractive and interactive environment that constitutes a motivating and reinforcing element for students.

*Keywords:* Mathematics education, computer programming, representation of functions, Information and Communication Technologies, Scratch



## 1 INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

Uno de los pilares fundamentales del sistema educativo, es conseguir que los alumnos a lo largo de las distintas fases académicas construyan una buena base de conocimientos, que irán ampliando y complementando a través de los diferentes cursos. Por este motivo es esencial que, en cada una de estas etapas, se asienten correctamente cada uno de los nuevos contenidos expuestos y que los alumnos partan de unos conocimientos previos sólidos.

Para conseguir este objetivo, los distintos programas educativos presentan múltiples opciones para hacer llegar de una forma más eficiente esos contenidos a todos los alumnos. Esto es debido a que a menudo nos encontramos con que el mismo contenido, presentado de la misma forma no es asimilado de igual modo por distintos grupos de alumnos. En este sentido, los avances en educación son continuos, y cada vez más se tiende a entender la enseñanza como un concepto multidisciplinar en el cual, debemos aceptar aportaciones de distintos campos de estudio para mejorar de forma notable el sistema educativo existente.

Dentro de esta línea de actuación, entendiendo la educación como un ámbito interdisciplinar en el cual se pueden aunar esfuerzos por parte de varias disciplinas para conseguir un fin común, se enmarca este proyecto que pretende presentar a los alumnos el contenido de funciones en la asignatura de matemáticas, desde un punto de vista diferente apoyándose en conceptos básicos de programación. No cabe duda que la interrelación entre estas dos disciplinas es muy elevada y gracias a ello permite exponer contenidos matemáticos de una forma diferente y sobretodo atractiva para los alumnos.

La mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje de los alumnos, es sin duda uno de los retos más importantes en la educación, sobre todo cuando deben enfrentarse a conceptos complejos que requieren cierto grado de abstracción. La asimilación de estos conceptos en muchas ocasiones se limita a una mera interpretación de las ideas que se les plantean, para conseguir superar las asignaturas sin realmente entender aquello que

se les explica. El riesgo que se corre es que no se produzca un aprendizaje profundo, pudiendo caer en el olvido tras un breve período de tiempo.

Cuando los alumnos se enfrentan a estos conceptos complejos y abstractos, como por ejemplo los tratados en el área de funciones de la asignatura de matemáticas, pueden encontrar dificultades para su asimilación mediante las técnicas educativas tradicionales, por este motivo cobra especial relevancia la extensión de los métodos pedagógicos existentes. Además, el área de funciones, es un claro ejemplo de conceptos, que requieren de una correcta base de conocimientos para poder avanzar en los contenidos que se apoyan sobre ella. Es precisamente en esta área, una de las cuales se ha detectado esta problemática en el entendimiento e interpretación de funciones, y es que más allá de su comprensión analítica, es necesario que se entienda como una forma de modelar fenómenos que nos rodean.

Por otro lado, esta área de las matemáticas presenta unas características muy propicias para el desarrollo de nuevos métodos de enseñanza, al permitir presentar la información de una forma visual y en concreto favoreciendo la introducción de herramientas tecnológicas. Por tanto, vamos a considerar que el área de funciones y más en concreto la fase de inicialización a ellas que se realiza con los alumnos, pueda ser un punto de entrada de nuevos métodos pedagógicos.

## 2 OBJETIVOS

El objetivo principal que plantea el desarrollo de este proyecto, es promover la visualización del concepto de función y sus características en la enseñanza y el aprendizaje de este contenido en 2º de Educación Secundaria Obligatoria. Se ha escogido este curso, ya que es en él donde el currículo de Educación Secundaria introduce por primera vez el bloque de funciones, y se considera que es fundamental que desde el principio los alumnos asimilen correctamente los conceptos que a posteriori irán complementando en cursos posteriores.

Por otro lado, se abordan varios objetivos más que están en consonancia con el objetivo principal anteriormente planteado. Uno de estos objetivos complementarios es proporcionar las herramientas y destrezas necesarias para que ellos mismos sean capaces de buscar, crear y utilizar herramientas de autoevaluación que les ayuden en su estudio, y que por tanto sirvan como fuente fiable de resolución de dudas. Este objetivo es muy importante, ya que no solo les ayudará a confiar en los resultados de sus ejercicios, sino que servirá para asentar una dinámica de autosuficiencia en la cual los alumnos serán capaces de buscar métodos alternativos para la consecución de sus objetivos.

Así mismo no debemos obviar otro objetivo muy importante, y es que al incentivar el uso de herramientas digitales (TIC) para otro tipo de uso que no es el que los alumnos están acostumbrados, mostrando que Internet es mucho más que redes sociales y juegos online, y que puede ser una fuente inagotable de información siempre y cuando conozcamos las herramientas adecuadas. Además, mediante el uso de estas herramientas digitales se facilita la visualización y el entendimiento de los conceptos y contenidos que se imparten en las aulas, creando un binomio muy beneficioso para los alumnos.

Por último, en este proyecto se promueve el uso de la herramienta de programación gratuita *Scratch*, que dispone de una amplia comunidad de usuarios que proporcionan

información, contenidos y mucho material adicional que ellos mismos podrán utilizar durante toda su etapa de estudiante, y posteriormente.

La herramienta Scratch, proporciona un entorno de programación intuitivo y visual que nos servirá como nexo de unión entre los contenidos de matemáticas y la informática. Mediante la consecución de este proyecto, no solo se pretende mejorar la interpretación y visualización de los conceptos relacionados con funciones del currículo de matemáticas, sino que se realizará una introducción a los conceptos básicos de la programación de forma natural y progresiva. Esto se realizará mediante un entorno basado en bloques que se asemejan a un lenguaje de programación de alto nivel tipo pseudocódigo, que abstrae a los alumnos de las complicaciones propias de conocer y manejar las instrucciones de un lenguaje de programación real.

### **3 MARCO TEÓRICO Y ESTADO DE LA CUESTIÓN**

Para entender mejor los conceptos en los que se basa este proyecto, procedemos a exponer brevemente el contexto en el que se ha producido la evolución de la enseñanza de las matemáticas y las dificultades que los alumnos suelen encontrarse en el tema de funciones, para a continuación, presentar de forma individual cuales son las posibles aportaciones que pueden realizar a la educación cada una de las herramientas estudiadas. Finalmente se expondrá cómo pueden combinarse entre sí para obtener diferentes técnicas de enseñanza que favorezcan el aprendizaje de las matemáticas, explicando las metodologías educativas empleadas.

#### **3.1 Enseñanza de las matemáticas**

A lo largo de la historia, la enseñanza de las matemáticas ha ido evolucionando, intentando introducir cambios que hiciesen más fácil su entendimiento y comprensión por parte de los alumnos. En concreto, en la parte de las funciones, las componentes analítica y algebraica han sido el pilar fundamental del proceso de enseñanza, relegando en muchas ocasiones la importancia de la representación gráfica. Según Deulofeu (2001) en el caso de las funciones, se plantea como dificultad fundamental el tratar de compatibilizar la adquisición de procedimientos básicos basados en el lenguaje numérico y gráfico, lo que en las primeras etapas del aprendizaje puede dificultar su asimilación. Del mismo modo, Eisenberg (1991) plantea que el concepto de función es una de las ideas fundamentales de la matemática moderna y que entraña uno de los mayores niveles de dificultad en el proceso de enseñanza-aprendizaje, debido a su complejidad y los numerosos conceptos asociados.

El proceso de aprendizaje de las matemáticas y en concreto del área de funciones, se puede ver afectado, como bien explica Deulofeu (2001), por numerosas dificultades de índole muy diversa, planteándose desde la necesidad de no tratar a las funciones como un tema aislado del resto, al requerir la introducción de lenguajes y formas de

simbolización nuevas, disipando de este modo la sensación de no guardar relación con otros conceptos previos, o por ejemplo la necesidad de exponer de una forma explícita la relación entre los distintos lenguajes que se pueden tratar con las funciones, no solo el numérico y el gráfico. Un buen ejemplo, es el de tablas por la facilidad que encuentran los alumnos al trabajar con ellas. Estas dificultades han sido estudiadas y analizadas a través de las investigaciones realizadas en los últimos años permitiendo conocerlas con bastante precisión, concluyendo que su superación dependerá de las propuestas didácticas que se desarrollen con los alumnos y como se lleven al aula, destacando las principales características que deben predominar, tales como la importancia del trabajo cualitativo versus el cuantitativo, el valor de la contextualización de las actividades, demostrando la importancia de las matemáticas como instrumento de análisis de la realidad, y por último destacando el papel del uso de los ordenadores como facilitador de experiencias, en la realización de conjeturas y su validación. Por este motivo cobran especial relevancia los métodos pedagógicos y las metodologías utilizadas en el aula.

Otro factor a tener en cuenta a la hora de comprender la problemática en la enseñanza de las matemáticas, son los resultados de los distintos estudios internacionales de valoración como el Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos (Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2019), o algunos más específicos del ámbito matemático como el Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (Ministerio de Educación Cultura y Deporte, 2016). Estos estudios revelan la existencia de dificultades en cuanto a la comprensión de los estudiantes de los conceptos matemáticos y la representación de datos, obteniendo unos resultados muy por debajo de la media de la Unión Europea y de los países de la OCDE. Si bien es cierto, que se ha observado una mejoría con respecto a los resultados históricos en los últimos informes realizados, marcando una esperanzadora tendencia de mejoría en estos aspectos.

Tal y como expone De Prada (1996), mediante estudios realizados con alumnos de enseñanzas medias y bachillerato, “en el caso del aprendizaje del concepto de función, las experiencias que tienen los alumnos antes de haberse encontrado con la definición formal afectan al modo en que ellos elaboren la imagen mental de este concepto”. Estos

estudios deben hacernos reflexionar sobre la forma en que conceptos o teorías importantes son introducidas a nuestros alumnos, ya que de ello puede depender la creación de una base sólida de conocimientos que les ayuden en el desarrollo futuro de su carrera académica.

Un aspecto importante a tener en cuenta a la hora de abordar esta problemática es la creciente desmotivación que presenta cierta parte del alumnado hacia las matemáticas, lo que debe impulsar una búsqueda de nuevos elementos didácticos que aporten valor al estudio y enseñanza de las matemáticas. En este punto es donde la llegada de las nuevas tecnologías, y la incorporación de herramientas digitales (TIC) a las aulas para ayudar a los alumnos en la comprensión y evaluación de los contenidos estudiados cobra más relevancia.

Como exponen varios autores (Del Olmo y Moya, 2017), las nuevas tecnologías forman parte de nuestra vida cotidiana y la educación no debe ser ajena a ello. Debemos tener en cuenta que nuestros alumnos forman parte de una generación digital que está acostumbrada a convivir con todo tipo de dispositivos informáticos y de comunicación. Por tanto, esta buena predisposición debe ser aprovechada por los docentes para, ayudados de las TIC, favorecer su proceso de enseñanza-aprendizaje haciendo que este sea lo más significativo posible, se adapte al ritmo de cada alumno y les resulte motivador. Por este motivo, es esencial profundizar en el uso de estas herramientas para apoyar el estudio, buscando nuevas fórmulas para ayudar a los estudiantes a mejorar su capacidad de análisis, comprensión y autoevaluación, consiguiendo de este modo mejorar su rendimiento académico.

### **3.2        ¿Qué son las TIC?**

Cuando hacemos referencia al concepto “TIC”, estamos hablando de las Tecnologías de la Información y Comunicación que desde hace años forman parte fundamental de nuestro día a día. Una buena definición de TIC es la ofrecida por Sánchez, González y Sánchez (2012, p. 10):

Las TICs son todas aquellas tecnologías que permiten la adquisición, almacenamiento, procesamiento, evaluación, transmisión, distribución y difusión de la información. Estas tecnologías son desarrolladas mediante la convergencia de la informática, las telecomunicaciones, la electrónica y la microelectrónica, y constituyen un nuevo marco tecnológico con un amplio campo de aplicación en diversas áreas.

Uno de sus principales características es sin ninguna duda la capacidad de evolución y transformación que tienen, y es que cada cierto tiempo tenemos a nuestra disposición nuevas herramientas y recursos que hace un tiempo serían impensables. Y es precisamente esta capacidad de cambio e innovación lo que permite adaptar estas herramientas a áreas que anteriormente hubiese sido totalmente inviable su aplicación. Por este motivo es muy importante conocer de primera mano, cuales son las novedades en las herramientas educativas, para poder adaptarlas y utilizarlas en los procesos educativos.

### **3.3 Importancia de la visualización en el aprendizaje**

En muchos campos de estudio se trabaja con conceptos complejos y en gran medida abstractos, y las matemáticas es un claro ejemplo donde se concentran muchos de estos conceptos difíciles de entender. Como se ha podido comprobar en varios estudios (De La Fuente, Armenteros y Moll, 2012) y por educadores de distintas áreas, existe una problemática relacionada con la comprensión por parte de los alumnos hacia estos conceptos más complejos y abstractos. Es por ello que se hace de vital importancia, la búsqueda de nuevos elementos pedagógicos para facilitar la asimilación y comprensión de estos conceptos. En muchas ocasiones reducir el problema a una relación visual o a un problema gráfico puede ayudar en gran medida a los alumnos a entender el problema a grandes rasgos y de ahí poder comprender la versión analítica del problema. Como bien explica Nora y Ares (2012):



La visualización no es más que un medio con el que cuenta el alumno para poder realizar un mejor entendimiento. Cuando nos referimos a visualizar un concepto, estamos hablando de comprender un concepto a través de una imagen visual.

Por este motivo, la idea principal que subyace en este proyecto es la de mejorar la comprensión de los alumnos a través de la visualización de conceptos o problemas que se les plantean, y darles las herramientas para que puedan desarrollar estas habilidades, perdiéndole el miedo a enfrentarse a nuevos retos. Como expresan Nora y Ares (2012) es necesario considerar fundamental, para la comprensión de los distintos conceptos matemáticos, distinguir los propios objetos o conceptos de sus representaciones, ya que la comprensión se consigue si se emplean diferentes registros de representación.

### **3.4 Aportes de las TIC a la enseñanza de las matemáticas**

Una vez planteada la idea principal de este proyecto de intervención educativa, debemos analizar que formas tienen los docentes de llevar estas ideas al aula y ponerlas en práctica.

Los docentes deben reflexionar sobre los métodos pedagógicos empleados tradicionalmente, y como evolucionarlos para dar respuesta a las nuevas necesidades educativas. En este proceso de transición es necesario incorporar nuevas formas de presentar la información a los alumnos para conseguir atraer su atención y facilitar el proceso de aprendizaje. Dentro del contexto de la enseñanza de funciones, esta premisa se hace especialmente importante, ya que cuantas más herramientas estén disponibles para los docentes, más fácil será la tarea de encontrar una herramienta adecuada para cada momento y mejor se ajustará a cada una de las fases del aprendizaje. Este cambio suscita la necesidad por parte de los docentes, de recibir la adecuada formación para seleccionar en cada momento, la herramienta más adecuada en función de los nuevos objetivos marcados.

Las TIC se pueden emplear en diversas situaciones y ámbitos dentro del sistema educativo, pero es muy importante conocerlas y sobre todo emplearlas correctamente.

Algunos autores (López, 2013) denotan que cuando hablamos de TIC orientadas al concepto enseñanza-aprendizaje, comenzamos a hablar de Tecnologías del Aprendizaje y del Conocimiento (TAC). La principal diferencia entre TIC y TAC radica en su fin último, pasando de gestionar y acumular información, a centrarse en transformar esa información en conocimiento.

Según Merino (2017) la función que desempeñan las TIC en la práctica diaria de los docentes, tiene por un lado una gran labor integradora gracias a que incentiva la cooperación entre el alumnado, el protagonismo recae en ellos, y por otro a que posibilitan al alumnado desempeñar un papel activo en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Otros autores (Guaypatín, Arias, Montaluís, Cadena y Salazar, 2017) destacan como el uso de herramientas digitales en matemáticas favorecen la construcción de representaciones dinámicas de los objetos matemáticos o de los propios problemas. Esto implica que algunas heurísticas como la medición de atributos (longitudes, áreas, perímetros), la descripción de lugares geométricos o el uso de sistemas cartesianos, tomen especial relevancia en la búsqueda de conjeturas, relaciones y formas de justificación. Estas herramientas ofrecen a los alumnos realizar de manera eficiente operaciones algebraicas y así dedicar su atención en aspectos relacionados con el significado o la interpretación de los resultados obtenidos.

En concreto, en el contexto de la enseñanza en matemáticas de funciones, según Del Olmo y Moya (2017) las herramientas digitales permiten presentar a los alumnos de una forma amena e intuitiva los conceptos un tanto abstractos asociados a las funciones y, aparentemente, alejados de lo cotidiano, lo que favorece su comprensión. Esto es posible gracias a que los alumnos de hoy en día forman parte de una generación digital que está acostumbrada a convivir con todo tipo de dispositivos informáticos, y que esta buena predisposición debe ser aprovechada por los docentes para favorecer el proceso de enseñanza-aprendizaje, adaptándose al ritmo de cada alumno. Además, estas herramientas permiten a los docentes ganar tiempo, rigor y claridad en el aula, cediendo protagonismo a los alumnos, los cuales podrán experimentar por su cuenta, tanto en el aula como desde casa, fomentando su creatividad y su talento.

Dentro de las diversas ventajas que varios autores como Ferro, Martínez, y Otero (2009) exponen sobre el uso de las TIC en la enseñanza, debemos destacar para el aprendizaje de las matemáticas la mejora de la eficacia educativa, entendiendo que al disponer de nuevas herramientas para el proceso de información y comunicación, y más recursos educativos, permite el desarrollo de nuevas metodologías didácticas de mayor eficacia formativa. También destacan en línea con la eficacia del profesorado, que permiten que los docentes dispongan de más tiempo para realizar otras tareas como por ejemplo estimular el desarrollo de las facultades cognitivas superiores de los alumnos. Por otro lado, destacan el carácter abierto y flexible que ofrecen las TIC, ya que las posibilidades educativas ya no se ven limitadas por las ofrecidas en un entorno cercano, sino que pueden provenir de cualquier parte del mundo, consiguiendo ofrecer a la vez una educación cada vez más personalizada.

Por último, un aspecto interesante del uso de las TIC en matemáticas, es que ofrecen la posibilidad de homogeneizar el conocimiento de los alumnos, mediante un modelo distinto al tradicional. En muchas ocasiones alumnos de distintas procedencias confluyen en una misma aula y el docente tiene que gestionar un nivel de conocimiento muy heterogéneo. El uso de estas herramientas digitales puede proporcionar a los alumnos, una serie de recursos didácticos para conseguir alcanzar el nivel previo requerido para continuar con la materia, de una forma individualizada, autónoma y desde su propia casa, sin tener la presión del grupo y del ritmo de la clase ordinaria.

### **3.5 Aportes de la programación a la enseñanza de las matemáticas**

En un primer momento, puede parecer que la enseñanza de las matemáticas y la programación tienen pocas cosas en común, pero cuando vemos a una como un vehículo para alcanzar nuevas metas de la otra, podemos vislumbrar que sí que tienen más cosas en común de las que pensábamos. Varios autores (Segredo, Miranda & León Hernández, 2017) describen una problemática que existe actualmente en nuestros sistemas educativos, y es que nuestros alumnos están siendo educados con herramientas del siglo XX, cuando deben estar preparados para los retos y los empleos del siglo XXI.

La programación desarrolla una serie de competencias clave, como una forma distinta de pensar, de organizar las ideas y relacionarlas entre sí, de abordar los problemas, así como de representar el conocimiento de una forma lógica (Llorens, 2015). Desde diferentes sectores educativos, se promulga la inclusión de las habilidades digitales (eSkills) en los currículos básicos de primaria y secundaria, conscientes de su importancia y la necesidad de incluirlo en los planes de estudios. Estas habilidades y destrezas están recogidas dentro del pensamiento computacional, que según varios autores (Basogain, Olabe y Olabe, 2017) podemos definirlo como una metodología basada en la implementación de los conceptos básicos de las ciencias de la computación para analizar, diseñar y resolver problemas y sistemas cotidianos, pudiendo realizar tareas fuera del ámbito de la computación. Además, promulgan que esta forma de abordar los problemas, permite resolver con eficacia problemas, que de otra forma no son tratables por una persona.

Todo este conjunto de habilidades relacionadas con la programación, fomentan el desarrollo del razonamiento abstracto de los alumnos, que les ayudará a plantear nuevos enfoques en la resolución de problemas matemáticos y el pensamiento lógico. Estas habilidades son muy importantes para la enseñanza de las matemáticas, y en concreto en desarrollo del área de funciones, ya que los alumnos pueden contar con distintas destrezas y habilidades para conseguir la consecución de sus objetivos.

### **3.6        ¿Qué es Scratch?**

Scratch puede definirse como un entorno de programación que está orientado a facilitar el aprendizaje y el desarrollo de la programación de una forma visual e intuitiva, prescindiendo de las complejidades naturales de cualquier lenguaje de programación convencional.

En Scratch no se utilizan instrucciones de código, sino que su sistema está basado en bloques visuales de código que utilizan palabras y frases del lenguaje natural que utilizamos todos y que ayudan en la comprensión de su significado.

Este entorno de desarrollo está creado y respaldado por el prestigioso Massachusetts Institute of Technology (MIT), y fue concebido para que cualquier persona tuviese un entorno de iniciación a la programación fácil e intuitivo.

Además, del soporte oficial brindado por el MIT, existe una amplia comunidad de desarrolladores que realizan aportaciones de mucha calidad y que están disponibles para todo el mundo de una forma totalmente gratuita. Esto hace que existan miles de recursos ya creados donde cualquier persona puede obtener información o donde basarse para crear sus propios proyectos.

Por último, cabe destacar que para su utilización no es necesario ningún programa, ya que está disponible a través de un simple navegador web, y de esta forma pueden ser compartidos los distintos proyectos de forma fácil y rápida. Cualquier persona puede utilizarlo a través de su página web oficial (<https://scratch.mit.edu>) ya que está liberado bajo licencia GPLv2 y permite su utilización sin restricciones. Esto le brinda la versatilidad y sencillez que hace de Scratch una herramienta muy interesante.

### **3.7 Porque usar Scratch**

Una de las formas más eficaces de conseguir la atención de los alumnos es sin lugar a dudas, el realizar tareas que se salgan del día a día académico, y si, a una actividad fuera de lo habitual le sumamos una interactividad envuelta a través del juego, no solo conseguimos su atención, sino que les ofrecemos una motivación para realizarla.

Bajo esta premisa, se ha seleccionado la herramienta Scratch para servir de hilo conductor entre dos materias íntimamente relacionadas como son las matemáticas y la informática. La idea principal es conseguir mediante el juego que los alumnos aprendan conceptos de matemáticas utilizando herramientas de programación y así cerrar el círculo del aprendizaje. Diversos estudios sobre el desarrollo del pensamiento computacional en alumnos de primaria y secundaria como el realizado por Basogain (Basogain et al., 2017), muestran como Scratch ofrece un entorno sencillo donde trabajar estas habilidades, y una herramienta útil para presentar a los alumnos la información.

Además, otros estudios de campo realizados como por ejemplo el descrito por Capot y Espinoza (2015), muestran unos resultados alentadores a la hora de trabajar con esta herramienta en el aula, recibiendo una buena aceptación por parte de los alumnos.

El aprendizaje de las matemáticas con Scratch, según Acuña-Medina, León-Arias, López-Palomino, Villar-Navarro y Mulford-León (2018):

puede desarrollar la creatividad de los niños de manera ilimitada, por que brinda las herramientas en forma de bloques que se interconectan como un rompecabezas para realizar acciones que simulan aspectos de nuestra realidad (movimientos, apariencias, operaciones lógicas, la escritura, la lectura, etc.) de forma interactiva.

Además, Acuña-Medina et al. (2018) destacan que para conseguir motivar y desarrollar pensamientos de alto nivel como el pensamiento algorítmico o el computacional, así como la creatividad se puede lograr y favorecer con el uso de Scratch, ya que este tipo de pensamiento se basa en desarrollar habilidades cognitivas manipulando las TIC de forma autónoma y responsable, consiguiendo formar a los alumnos como personas preparadas eficientemente para abordar los retos de la vida.

El tema de funciones elegido, ha sido especialmente seleccionado ya que permite una fácil visualización y manipulación de los resultados, lo que ayuda a su entendimiento, y por otro lado una sencilla adaptación al mundo de la programación con Scratch. Por este motivo, se ha considerado un punto de encuentro perfecto entre las matemáticas y la informática.

### **3.8 Metodología docente**

Una vez puesto en contexto la propuesta educativa de este proyecto, y explicado el marco teórico sobre el que se basa, es necesario exponer cual será la forma de plasmar estos principios del proceso de enseñanza-aprendizaje y cómo llevarlos al aula. Para ello se requiere una metodología de trabajo, que se puede definir “como el conjunto de oportunidades y condiciones que se ofrecen a los estudiantes, organizados de manera

sistemática e intencional que, aunque no promueven directamente el aprendizaje, existe alta probabilidad de que esto ocurra” (Fernandez, 2006).

En este proyecto, se combinarán dos tipos de metodologías, que se complementan entre sí, para tratar de dar lugar a un marco pedagógico adecuado al tratamiento de las funciones en matemáticas.

En primer lugar, para el desarrollo de esta propuesta educativa se han creado una serie de actividades, enmarcadas en varias sesiones de trabajo, encaminadas a que los alumnos vayan progresivamente trabajando con el concepto de función. En estas sesiones se plantearán diversas ideas, cuestiones y problemas a resolver, donde los alumnos deberán investigar, reflexionar y obtener una solución, mediante las herramientas a su alcance. Este proyecto está basado en la metodología de aprendizaje basado en problemas (ABP), y más en concreto debido a una marcada secuenciación en la presentación de los contenidos, en una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) basado en problemas.

Para Gaulin (2001) cuando nos referimos a problemas, supone tratar situaciones que requieren búsqueda, investigación, reflexión y que para darles solución hay que pasar por un proceso de pensar en las posibles soluciones, definiendo la estrategia a seguir para conseguir nuestro objetivo, lo cual no tiene por qué ser de una forma rápida e inmediata. Por tanto, podemos expresar que se trata de una metodología centrada en el aprendizaje significativo, en la investigación y en la reflexión que deben seguir los propios alumnos para llegar a una solución de un problema dado por el docente.

Por otro lado, el concepto de trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) se fundamenta en la comprensión del conocimiento que tienen los estudiantes con los que se va a trabajar, y a partir de ese conocimiento definir los objetivos que buscamos para el aprendizaje de unos conceptos matemáticos concretos, diseñando las actividades matemáticas que se emplearán para fomentarlos, basados en las hipótesis acerca del proceso de aprendizaje que seguirán los estudiantes (Simon, 1995). Dada la naturaleza especial de este proceso basado en hipótesis, requerirá de una revisión y adaptación continua por parte del docente.

Tal y como expone Restrepo (2005), el aprendizaje basado en problemas es un método didáctico, que está enmarcado dentro de las pedagogías activas y más en concreto en las estrategias de aprendizaje por descubrimiento. En ella el proceso se centra en el estudiante, quien debe ser quien busca la información, la selecciona, organiza e intenta resolver con ella los problemas planteados.

Como principales características de esta metodología podemos destacar las expuestas a continuación:

- La forma de aprender de los alumnos potencia la relación de los contenidos nuevos con los ya existentes. Esto supone reflexionar, investigar y decidir, reformulando o ampliando sus propias destrezas, para potenciar el aprendizaje significativo.

- Las dinámicas de trabajo hacen partícipes a los alumnos, para conseguir poner en ellos la responsabilidad sobre su propio aprendizaje. De esta forma se fomenta la autonomía de los alumnos fomentando el desarrollo de estas cualidades.

- Ser partícipes de su propio aprendizaje, es un elemento motivador y que favorece la curiosidad por la materia impartida.

- Por último, una característica muy importante para este proyecto educativo, es la fácil integración con las herramientas tecnológicas, lo que amplía las posibilidades de esta metodología de una forma exponencial.

En segundo lugar, y para complementar la metodología de aprendizaje basado en problemas, en este proyecto se empleará una metodología activa y participativa que favorezca el desarrollo de las actividades en el aula. A través de esta metodología se pretende hacer partícipes a los alumnos de su aprendizaje y abandonar el rol de meros oyentes pasivos de metodologías más tradicionales como la lección magistral. Debemos tener en cuenta, tal y como afirman varios autores (Ballesta, Izquierdo y Romero, 2011) que:

Este tipo de estrategias metodológicas que potencian la implicación del alumno en su propio aprendizaje son muy importantes porque refuerzan su responsabilidad, autoestima, interés y motivación. Demandan de una adecuada



formación del profesorado en las mismas, de un diseño claro, riguroso y viable del plan de trabajo a desempeñar con los alumnos, pero especialmente, de una alta implicación del docente de la asignatura. Por si solas estas metodologías no garantizan el aprendizaje, ni mucho menos la participación.

Por este motivo, en este proyecto educativo se han diseñado una serie de actividades de concepto lúdico y visual que sirvan de elemento motivante para los alumnos. Uno de los puntos más interesantes de esta metodología es la componente social, ya que al tener un marcado carácter participativo, fomenta las habilidades sociales de los alumnos al tener que reflexionar y debatir sus ideas entre los propios alumnos y el docente. En varias de las actividades propuestas se fomenta no solo el trabajo colaborativo entre alumnos para conseguir objetivos comunes, sino que además se crean debates y foros de reflexión donde todos los alumnos exponen sus inquietudes, dificultades y en definitiva su forma de afrontar los problemas.

Según estudios como el de Puga y Jaramillo (2015), el empleo de metodologías activas en la enseñanza de matemáticas estimulan la inteligencia natural de los estudiantes, lo cual les permitirá aplicar el conocimiento adquirido en otras situaciones similares de su vida cotidiana, fomentando además la creatividad de los estudiantes.

Por todo lo anterior expuesto, se considera que la combinación de estas dos metodologías puede crear el marco pedagógico más adecuado para desarrollar este proyecto educativo.



## **4 PROPUESTA EDUCATIVA**

En esta sección desglosaremos la propuesta de intervención educativa, que promueve este proyecto, así como las distintas actividades que se han planificado para trabajar con los alumnos.

### **4.1 Justificación y eje organizador**

Este proyecto se basa en la necesidad de dar respuesta a una problemática que existe actualmente entre los alumnos a la hora de asimilar y comprender conceptos con cierto nivel de abstracción. Es por ello que basados en experiencias docentes como las de De La Fuente et al. (2012) y autores como Nora y Ares (2012) que promueven la importancia de la visualización en el proceso de aprendizaje, se enmarca este proyecto que pretende realizar una intervención educativa en el aula de modo que se combinen todos estos elementos. Se realizará dentro de un contexto de encuentro entre las matemáticas y la informática, para enseñar uno de los pilares fundamentales de las matemáticas como son las funciones. Para ello se ha seleccionado el primer contacto que tienen los alumnos con el tema de funciones de acuerdo con el currículo de la educación Secundaria Obligatoria para llevarlo a cabo.

**Nivel:** 2º E.S.O.

**Bloque de Contenidos:** Bloque IV. Funciones

### **4.2 Objetivos**

A través del desarrollo de esta intervención educativa se trabajarán los siguientes objetivos básicos establecidas en el Decreto 19/2015 de 12 de junio que establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria:

- Conocer y describir el concepto de función.

- Identificar variable dependiente e independiente.
- Identificar un sistema de ejes de coordenadas cartesianas, así como sus características y propiedades.
- Calcular las distintas formas de representación de funciones (lenguaje habitual, tabla, gráfica, fórmula).
- Desarrollar el espíritu crítico. Promoviendo que justifiquen, argumenten y analicen las respuestas dadas.

### 4.3 Competencias

A través del desarrollo de esta intervención educativa se trabajarán principalmente las siguientes competencias claves establecidas en el Decreto 19/2015 de 12 de junio que establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria:

- **Competencia en Comunicación Lingüística (CCL):** Se fomentan las destrezas y estrategias comunicativas para exponer las ideas derivadas de las distintas formas de representación de funciones, así como para presentar los resultados obtenidos. También se trabaja esta competencia al requerir la interpretación de los enunciados de los diferentes problemas.
- **Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT):** Los propios conocimientos adquiridos en esta propuesta educativa enmarcada en el bloque de funciones, contribuyen a identificar, deducir y resolver situaciones de la vida cotidiana mediante el razonamiento matemático y la aplicación de los contenidos adquiridos.
- **Competencia digital (CD):** El empleo de la herramienta Scratch a la hora de representar funciones en el plano, mejora su comprensión y permite comprobar de forma visual los diferentes conceptos geométricos que queremos desarrollar. Además, el manejo de los dispositivos digitales, como el ordenador

o la tableta, favorece sus habilidades para localizar, identificar, organizar y analizar la información, fomentando su reflexión y su creatividad.

- **Competencia Aprender a Aprender (CAA):** Mediante el uso de Scratch, y el trabajo de los conceptos de programación en el aula para comprobar las distintas relaciones geométricas y verificar los resultados obtenidos, los alumnos aprenden formas de autoevaluación y de explorar nuevos contenidos relacionados con los conceptos de la geometría.
- **Competencias Sociales y Cívicas (CSC):** Mediante la realización de diferentes actividades en grupo o de forma colaborativa, se fomentará el respeto a los demás, así como valorar la opinión de otros. Todo esto redundará en la consecución de objetivos comunes a todos los alumnos participantes, de una forma colectiva y consensuada.

#### 4.4 Contenidos

A través del desarrollo de esta intervención educativa se desarrollarán principalmente los siguientes contenidos básicos establecidos en el Decreto 19/2015 de 12 de junio que establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria para la asignatura de matemáticas:

- Representación e identificación de puntos en un sistema de coordenadas cartesianas.
- Estudio y análisis del concepto de función y su representación gráfica.
- Cálculo de crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos, continuidad y discontinuidad de funciones.
- Uso de herramientas informáticas para estudiar las características y propiedades de las funciones.

Del mismo modo se trabajarán varios contenidos del área de informática. Aunque no están recogidos en el decreto que regula la Educación Secundaria Obligatoria, están en consonancia con los contenidos expuestos para la asignatura de Tecnologías de la Información y la Comunicación de dicho decreto:

- Búsqueda y acceso a recursos digitales para la realización de actividades sobre conceptos académicos.
- Conocimiento y aplicación de terminología y procedimientos informáticos básicos.
- Analizar y explicar los fundamentos básicos de un algoritmo informático.

#### **4.5 Metodología**

En esta propuesta educativa se propone desarrollar los distintos contenidos mediante una metodología activa y participativa, que fomente la interacción con los alumnos y que los hagan partícipes de su propio aprendizaje. A lo largo de las distintas sesiones de trabajo, se presentarán los contenidos de una forma gradual, comenzando con una fase de inicialización con la herramienta, que se realizará a través de un juego. Tras esta primera toma de contacto, se alternarán los conocimientos teóricos matemáticos con varias actividades enfocadas a introducir la programación. Finalmente se plantearán distintas fases en las que los alumnos profundizarán en la combinación entre matemáticas y programación. De esta forma se trabajará mediante una metodología de trayectoria de aprendizaje basada en la resolución de problemas, lo que permitirá guiar el aprendizaje de los alumnos para intentar conseguir alcanzar el mayor número de objetivos y contenidos marcados.

Es importante tener en cuenta que estas clases estarán enfocadas a la participación e interacción de los alumnos, haciendo que se impliquen en el desarrollo natural de la misma intentando promover su lado más crítico y reflexivo. En todo momento el docente intentará guiar a los alumnos para que cuando los problemas planteados lo permitan sean los propios alumnos quienes de forma colaborativa debatan sobre las soluciones

propuestas. De esta forma, se trabajarán también habilidades sociales ligadas al aprendizaje de matemáticas.

#### 4.6 Temporalización

Esta propuesta educativa se desarrollará en seis sesiones diferentes, las cuales se realizarán al comienzo del bloque de funciones, cubriendo la introducción y explicación de los conceptos básicos. Todas las sesiones planificadas, tendrán una duración aproximada de 55 minutos. Tras esta serie de sesiones, el docente continuará con la explicación del resto de contenidos del bloque de funciones requerido por el currículo de Educación Secundaria Obligatoria.

A continuación, se desglosan las distintas actividades planteadas para su desarrollo en las sesiones planificadas:

Número de sesión	Descripción
1	Presentación de Scratch a los alumnos a través de un juego relacionado con conceptos matemáticos del bloque de geometría.
2	Explicación teórica de los conceptos fundamentales de función y su representación gráfica.
3	Tratamiento y obtención de los distintos puntos de una función, mediante un algoritmo sencillo explicado con un lenguaje natural.
4	Actividad de introducción a la herramienta Scratch y la creación en grupos de su primer algoritmo.
5	Actividad de profundización y refuerzo mediante Scratch, extendiendo los contenidos de matemáticas planteados.
6	Actividad individual de evaluación

*Tabla 1. Temporalización de las sesiones*

## 4.7 Actividades programadas

### 4.7.1 Sesión 1: Presentación de Scratch a los alumnos

La introducción de Scratch a los alumnos se realizará mediante una actividad individual realizada como final del bloque anterior en la primera sesión programada. A modo de introducción para el uso de Scratch, se utilizará el bloque anterior descrito en el currículo de 2º de Educación Secundaria Obligatoria perteneciente al área de geometría, para conseguir cierta continuidad entre el bloque de geometría y el de funciones, y de este modo realizar la introducción a Scratch. Al finalizar dicho bloque de geometría, se recomendará a los alumnos practicar con un juego online, que puede jugarse desde el navegador web y que no será otra cosa más que un ejemplo sencillo de Scratch en el que los alumnos deberán de responder a preguntas sobre triángulos, áreas de figuras planas, etc. y de esta forma se vayan familiarizando con la herramienta de Scratch (ver Anexo I. Actividad inicial de geometría con Scratch)



*Figura 1. Actividad inicial de geometría con Scratch*

La figura anterior muestra una de las pantallas iniciales del juego propuesto a los alumnos, en el cual se ha utilizado la geometría dentro de un contexto más atractivo como es la visualización de constelaciones. Esta actividad está recogida con más detalle en el Anexo I. Actividad inicial de geometría con Scratch.



Posteriormente en el aula, el docente revisará las impresiones de los alumnos sobre el juego propuesto y recabará información muy importante para poder modificar o mejorar dicha introducción. En el Anexo II. Actividad de recogida de información sobre geometría con Scratch, se puede encontrar el guion de las preguntas que el docente debe realizar a los alumnos. El docente les explicará que dicho juego, está realizado con un entorno de programación llamado Scratch y que ellos mismos van a poder utilizarlo para crear sus propios juegos para el siguiente bloque que se estudiará. De esta forma conseguiremos en primer lugar, que los alumnos se familiaricen con el entorno, y por otro lado generaremos una expectativa motivante de que ellos mismos lo podrán realizar.

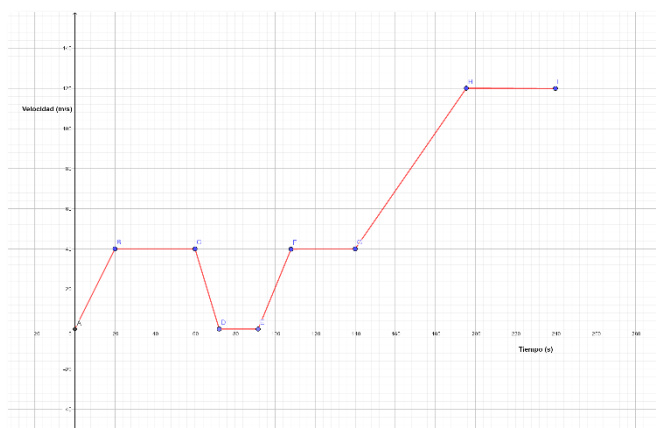
#### 4.7.2 *Sesión 2: Introducción del concepto de función*

Una vez terminado el bloque anterior de geometría y una vez realizada la actividad individual de acercamiento a Scratch mediante el juego, el docente procederá a comenzar con la explicación en el aula de los conceptos de función. Esta etapa la dividiremos en dos fases:

- Una primera fase donde se explicarán los conceptos básicos de función, sus características y propiedades, haciendo especial hincapié en que el proceso de obtención de cada uno de los valores resultado se realiza mediante un proceso mecánico de tipo caja negra. Este tipo de explicación preparará a los alumnos para la siguiente fase.
- En la segunda fase de esta actividad, se propondrá a los alumnos obtener unas instrucciones con sus propias palabras, a modo de pasos a seguir para conseguir los valores pertenecientes a cada punto de la función.

Esta primera parte de la actividad se desarrollará durante la segunda sesión programada, de la forma más práctica y dinámica posible, explicándoles el concepto de función de una forma gráfica para ir poco a poco introduciendo su notación algebraica.

Se presentará primero ejemplos fácilmente reconocibles por los alumnos, como por ejemplo relaciones entre velocidad y tiempo de vehículos, o temperatura y tiempo para una estación meteorológica, etc. Varios ejemplos se encuentran detallados en el Anexo III. Actividad de introducción del concepto de función.



*Figura 2. Actividad introducción del concepto de función. Gráfica velocidad y tiempo*

Primero se les presentarán varios ejemplos de gráficas, para posteriormente exponerles un fenómeno a interpretar, y que ellos mismos construyan una gráfica que lo modele. En el Anexo III. Actividad de introducción del concepto de función, se encuentra información más detallada sobre la actividad.

De esta forma, les haremos ver que la translación de un fenómeno a una gráfica es un proceso sencillo y que así se pueden interpretar sus datos. También les daremos ejemplos inversos donde mediante una gráfica se les pedirá que interpreten el fenómeno que representan y saquen sus conclusiones, de esta forma estamos fomentando otro tipo de competencias, como el análisis crítico.

A continuación, procederemos a introducir las expresiones algebraicas que representan a las funciones, y explicarles que esos fenómenos pueden modelarse con expresiones que son más sencillas de trabajar. De este modo los alumnos pueden entender que las funciones actúan como un modelo de caja negra, donde ante un valor

de entrada se genera un valor de salida y de esta forma se pueden ir representando gráficamente.

#### 4.7.3 Sesión 3: Obtención de un algoritmo de representación

En esta tercera sesión de trabajo, es muy importante introducir de una forma natural el mecanismo para obtener el algoritmo que nos permita obtener la representación de funciones. El docente explicará que, para facilitar la obtención de los valores resultado de una función, se crearán unas instrucciones de cada uno de los pasos a dar y que de esta forma los alumnos puedan consultar en caso de duda. El docente guiará en todo momento el proceso, intentando conducir a los alumnos para obtener una versión con palabras de un algoritmo para calcular los puntos de la función. A continuación, se muestra un ejemplo de algoritmo como resultado del trabajo con los alumnos:

Lista de valores de entrada:

0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10

Función a calcular:

$2x + 1$

Para cada valor de entrada:

Sustituir la  $x$  de la función dada, por el valor de entrada

Calcular el resultado de la función

Guardar el resultado de la función

Representar gráficamente el resultado

Una vez obtenido este algoritmo con sus propias palabras, se les explicará que esos pasos, son los pasos que sigue una máquina para obtener el resultado, y comprobarán con varios ejemplos si su algoritmo funciona y es correcto.

Con esta segunda fase, los alumnos comprenderán que son capaces de entender la forma de pensar de las máquinas y que crear un algoritmo no es nada complicado si se tienen claro el proceso, de ahí la importancia de tener claros los conceptos de función.

#### 4.7.4 Sesión 4: Actividad de introducción a la herramienta Scratch

En este punto, se han impartido a los alumnos, los conocimientos básicos sobre funciones, y han desarrollado junto al docente un algoritmo con sus propias palabras para calcular todos los puntos de una función. Como ya tenían la referencia del juego de geometría basado en Scratch presentado en la primera actividad, en esta cuarta sesión de trabajo, el docente presentará a los alumnos un programa realizado en Scratch que les solicita los datos de una función y la representa. En el Anexo IV. Actividad de introducción a la herramienta Scratch, se encuentra información más detallada sobre la actividad.



Figura 3. Actividad introducción a la herramienta Scratch. Programa para dibujar funciones

De este modo comprueban que se pueden realizar distintos cálculos o representaciones mediante el uso de la misma herramienta. En este punto el docente les explica que es posible convertir el algoritmo que ellos mismos han creado, en un programa que sea capaz de representar funciones. Ahora es momento de trasladar ese

algoritmo creado por los alumnos con la guía del profesor a los pasos homólogos creados con bloques de Scratch.

Esta parte de la actividad la realizarán en grupos, siguiendo los pasos del docente, pero siempre teniendo en cuenta que son los propios alumnos quienes deben decir que bloque se pone a continuación, ya que en este punto se realizará una mera traslación del algoritmo al tener como base un algoritmo que ellos han creado y ya conocen con unas palabras muy parecidas a las que se identifican en los bloques de Scratch. En el Anexo V. Actividad de creación del primer algoritmo en Scratch, se encuentra la información detallada sobre esta actividad.

Una vez que los alumnos, mediante la supervisión del profesor, hayan creado el algoritmo en Scratch que represente una función, se procederá a probarlo, revisarlo y sobre todo a recabar información sobre la experiencia, la dificultad y si les ha parecido interesante. Todos los conceptos que se han trabajado y explicado en el contexto de esta actividad, serán muy útiles en su vida académica y ésta puede ser una forma diferente de comenzar a enseñárselos y hacerles ver su importancia.

#### *4.7.5 Sesión 5: Actividad de profundización y refuerzo*

En este punto, mediante la realización de las actividades anteriores, los alumnos han trabajado los conocimientos básicos sobre funciones y han desarrollado un algoritmo con sus propias palabras para calcular todos los puntos de una función. Además de la representación gráfica de funciones, los alumnos conocen otro tipo de propiedades y características que pueden ser fácilmente implementadas en un algoritmo. El docente les ofrecerá otros programas que, mediante una función dada, no solo la representará gráficamente, sino que además ofrecerá información sobre ella como por ejemplo el corte con los ejes, su crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, etc. En el Anexo VI. Actividad de profundización y refuerzo, se encuentra detallada la actividad.



Figura 4. Actividad de profundización y refuerzo. Pantalla corte eje X

La idea principal de esta actividad, es que a medida que se presentan los diferentes programas que desarrollan más conceptos relacionados con las funciones (máximos y mínimos, crecimiento y decrecimiento, etc.), sean en primer lugar utilizados por los alumnos para reforzar lo estudiado en clase, y les sirva de herramienta de autoevaluación. Al mismo tiempo el docente les motivará a que ellos mismos amplíen el algoritmo que habían realizado para obtener la nueva información que se les proporciona. De este modo se sigue un método incremental de refuerzo y de aprendizaje al ir poco a poco ampliando sus programas.

Es muy importante que las metas que se les exijan sean factibles para que no se convierta en un estímulo negativo de frustración ante la imposibilidad de alcanzar los objetivos marcados. Este punto es esencial para que los alumnos le pierdan el miedo a la programación y se convierta en una parte más de su aprendizaje.

#### 4.7.6 Sesión 6: Actividad de evaluación

Para realizar la evaluación de este bloque de contenidos sobre funciones, se llevará a cabo mediante 3 evaluaciones diferentes que fomentarán el trabajo diario y premiará el esfuerzo continuo frente al estudio final.

En primer lugar, se incentivará la realización de las actividades mandadas como tareas para casa, asignándoles un peso significativo en la calificación final de este bloque. Las actividades para casa serán fundamentalmente el uso y análisis de programas diseñados en Scratch, que sirvan para complementar y repasar los contenidos explicados en clase. Es importante recalcar, que no solo se les pedirá el realizar las tareas, también se les pedirá un comentario crítico sobre lo aprendido y su postura frente a la tarea. En el Anexo VII. Actividades de trabajo en casa se puede ver la información detallada sobre las actividades para casa planteadas.

La actividad de introducción a la herramienta Scratch (Anexo IV. Actividad de introducción a la herramienta Scratch), se realizará en grupos y al finalizar se entregará el algoritmo realizado en Scratch, junto con un pequeño documento donde hayan anotado las dificultades que han tenido, y cuales han sido las validaciones que han realizado para considerar que su programa funciona bien. Esta actividad es muy importante, ya que no solo se trabajan los contenidos de matemáticas y de programación, también se desarrollan las habilidades comunicativas y organizativas de los alumnos, para poder trabajar coordinados en grupos. Este entregable junto con las observaciones del docente se convertirá en el segundo elemento evaluable que tendrá un peso importante en la calificación final.

Por último, se realizará un examen final sobre los contenidos del bloque de funciones explicados en el aula, representando la mitad de la calificación final. Esta prueba se realizará de forma individual, mediante un examen escrito que contará con varias cuestiones o ejercicios a resolver, proporcionando siempre una justificación razonada de los resultados obtenidos. Dentro de esta prueba, se incluirá como punto extra una cuestión que relacione los contenidos de matemáticas y programación. Esta pregunta irá dirigida a comprobar de forma individual el grado de adquisición de contenidos de programación. La prueba final diseñada puede consultarse en el Anexo VIII. Actividad de evaluación individual escrita.

## 4.8 Recursos

El desarrollo de las distintas actividades propuestas se llevará a cabo en varias aulas del centro educativo. Aquellas con carácter más teórico se desarrollarán en las destinadas a la docencia ordinaria, mientras que las prácticas se realizarán en el laboratorio de informática donde los alumnos dispongan de dispositivos informáticos. Dentro de estas aulas serán necesarios los siguientes recursos materiales:

- Pizarra: Será el medio principal a través del cual el docente mostrará los resultados de los problemas propuestos, y donde se anotarán los conceptos más importantes del contenido que se esté explicando.
- Libro de texto: Los alumnos lo utilizarán como guía para tener una forma diferente de plantear los distintos conceptos. Además, les servirá como refuerzo al ser una fuente de recursos a la hora de buscar ejercicios y problemas ya resueltos.
- Ordenador del profesor: El profesor lo utilizará como medio de apoyo a su explicación para mostrar contenidos audiovisuales a los alumnos.
- Cañón proyector: En conjunción con el ordenador servirá para mostrar los contenidos visuales a los alumnos.
- Ordenadores de los alumnos: En las aulas destinadas a ello, se dispondrán de ordenadores para los alumnos que utilizarán para usar las herramientas propuestas por el profesor.
- Scratch: Esta herramienta de programación basada en bloques, se utilizará como vehículo para que los alumnos profundicen en los conceptos matemáticos explicados.



#### **4.9 Atención a la diversidad**

A través del método de trabajo explicado en esta propuesta educativa, los alumnos dispondrán en primer lugar de un refuerzo educativo al tratar el tema de funciones desde dos perspectivas diferentes. Por un lado, se encuentra el punto de vista teórico y por otro se trabajará la visualización de los contenidos explicados. Esta forma de complementar las explicaciones desde ambos puntos de vista, permitirá ayudar a aquellos estudiantes que puedan tener más dificultades a la hora de comprender las explicaciones teóricas del docente o que tienen menos desarrollada su capacidad de abstracción. Para aquellos estudiantes que dispongan de una buena capacidad de abstracción y comprensión, servirá de refuerzo y de comprobar la dualidad de los conceptos estudiados. Con estas medidas se pretende conseguir que todos los alumnos consigan asimilar los contenidos trabajados.

Por otro lado, se fomenta tanto el apartado individual, mediante las actividades programadas para trabajo en casa, como el aspecto más social en aquellas actividades colectivas. De esta forma, se ayudará a aquellos alumnos que tengan más dificultades de asimilar los conceptos en clase, proporcionándoles material de estudio para trabajar de forma individual y que puedan seguir el correcto seguimiento de los contenidos en clase. Con respecto a las actividades colectivas, fomentará el intercambio de ideas con otros compañeros de clase y ayudará a que sean los propios alumnos quienes puedan explicar los conceptos a sus compañeros. De este modo se favorece el aprendizaje tanto de los alumnos que tienen más facilidad para entender los conceptos, como a los que les cuesta algo más.

#### **4.10 Evaluación**

Los siguientes criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables son los contemplados en el Decreto 19/2015 de 12 de junio por el que se establece el currículo de 2º de Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de La Rioja para la asignatura de matemáticas:

### *Criterios de evaluación*

1. Conocer, manejar e interpretar el sistema de coordenadas cartesianas.
2. Manejar las distintas formas de presentar una función: lenguaje habitual, tabla numérica, gráfica y ecuación, pasando de unas formas a otras y eligiendo la mejor de ellas en función del contexto.
3. Comprender el concepto de función. Reconocer, interpretar y analizar las gráficas funcionales.
4. Reconocer, representar y analizar las funciones lineales, utilizándolas para resolver problemas.

### *Estándares de aprendizaje evaluables*

- 1.1. Localiza puntos en el plano a partir de sus coordenadas y nombra puntos del plano escribiendo sus coordenadas.
- 2.1. Pasa de unas formas de representación de una función a otras y elige la más adecuada en función del contexto.
- 3.1. Reconoce si una gráfica representa o no una función.
- 3.2. Interpreta una gráfica y la analiza, reconociendo sus propiedades más características.
- 4.1. Reconoce y representa una función lineal a partir de la ecuación o de una tabla de valores, y obtiene la pendiente de la recta correspondiente.
- 4.2. Obtiene la ecuación de una recta a partir de la gráfica o tabla de valores.
- 4.3. Escribe la ecuación correspondiente a la relación lineal existente entre dos magnitudes y la representa.
- 4.4. Estudia situaciones reales sencillas y, apoyándose en recursos tecnológicos, identifica el modelo matemático funcional (lineal o afín) más adecuado para explicarlas y realiza predicciones y simulaciones sobre su comportamiento.

Por otro lado, para valorar la parte relacionada con la informática y la programación, se tendrán en cuenta varios criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables contemplados en el Decreto 19/2015 de 12 de junio por el que se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de La Rioja para la asignatura de tecnología, en el bloque de tecnologías de la información y de la comunicación, pertenecientes a 4º curso:

#### *Criterios de evaluación*

1. Utilizar equipos informáticos.
2. Elaborar sencillos programas informáticos.

#### *Estándares de aprendizaje evaluables*

- 1.1. Utiliza el ordenador como herramienta de adquisición e interpretación de datos, y como realimentación de otros procesos con los datos obtenidos.
- 2.1. Desarrolla un sencillo programa informático para resolver problemas utilizando un lenguaje de programación.

A continuación, se exponen las herramientas de evaluación que se utilizarán para valorar los entregables de las diferentes sesiones de trabajo de este proyecto. Para ello se emplearán principalmente rúbricas de evaluación, mostrando de una forma clara y concisa los criterios que el docente utilizará para evaluar a los alumnos, sirviendo a su vez de herramienta de autoevaluación para los estudiantes.

Para fomentar el trabajo diario y el esfuerzo en la actividad grupal con entregable en clase, se valorarán cada uno de estos apartados con un 10% de la nota final, reduciendo de esta forma el peso de la prueba final individual, y de este modo también la presión sobre ella. La evaluación final está determinada de la siguiente forma:

- La realización de las actividades para casa y su entrega en plazo y forma supondrá el 10% de la nota (ver Anexo VI. Actividad de profundización y refuerzo). Para la evaluación de esta parte se emplea la siguiente rúbrica:

Criterios	Excelente (5)	Aprobado (3-4)	Necesita mejorar (0-2)
Planteamiento (40%)	La solución dada a las actividades está bien planteada y proporciona todos los resultados solicitados	La solución dada no tiene un planteamiento completo, o bien alguno de los resultados no ha sido proporcionado	No se ofrece un planteamiento o este es erróneo. Faltan resultados importantes
Uso de Scratch (40%)	Se ha empleado la herramienta Scratch en el desarrollo de la actividad, proporcionando los resultados y entregables requeridos	Se ha empleado la herramienta Scratch, pero falta el desarrollo de algún resultado o no se ha llegado a obtenerlos correctamente	No se ha empleado la herramienta Scratch, o faltan resultados o entregables importantes
Presentación (20%)	Los entregables están correctamente redactados, de forma clara y precisa, reflejando fielmente los conceptos matemáticos detrás de la actividad	Los entregables son correctos pero presentan algún aspecto sin demasiada claridad o concreción, sin reflejar los conceptos matemáticos planteados	Faltan entregables o los resultados ofrecidos no son claros y no cumplen con los objetivos planteados

*Tabla 2. Actividad de profundización y refuerzo. Rúbrica de evaluación*

- El entregable final que se realizará en la sesión 4, correspondiente a la actividad grupal en clase (ver Anexo V. Actividad de creación del primer algoritmo en Scratch) supondrá un 10% de la nota final. Para la evaluación de esta parte se emplea la siguiente rúbrica:

Criterios	Excelente (5)	Aprobado (3-4)	Necesita mejorar (0-2)
Algoritmo realizado (40%)	El algoritmo presentado calcula correctamente los puntos de la función dada, y está realizado con claridad y de forma eficiente	El algoritmo presentado no está completo, o bien aun calculando correctamente los puntos de la función dada no resultado claro o no está bien construido.	No calcula los puntos de la función dada o estos son erróneos. Faltan conceptos importantes en el algoritmo.
Documentación del trabajo (40%)	Todos los resultados, reflexiones y planteamientos surgidos en la actividad han sido correctamente recogidos en el entregable con claridad.	Falta algún resultado, o carece de una reflexión sobre la actividad realizada. Las ideas no están bien recogidas en el documento.	Faltan resultados importantes, o no hay ningún tipo de reflexión o planteamiento sobre la actividad.
Exposición y participación (15%)	Los alumnos han expuesto detalladamente aquellas dificultades encontradas, realizando una reflexión argumentada de sus impresiones.	Los alumnos han participado de forma correcta, realizando alguna reflexión sobre la actividad.	Los alumnos no han participado, ni han expuesto sus dificultades, ni han realizado ningún tipo de reflexión.
Comportamiento y actitud en clase (5%)	No solo han trabajado de forma conjunta, mostrando interés, sino que han considerado ayudar a sus compañeros ante alguna dificultad.	Han trabajado de forma conjunta, mostrando interés y disciplina.	No han mostrado ningún interés por la actividad y no han trabajado conjuntamente, incluso molestando a los compañeros.

*Tabla 3. Actividad de introducción a la herramienta Scratch. Rúbrica de evaluación*

- La prueba de evaluación individual, que servirá para comprobar que los estudiantes han adquirido los conocimientos del bloque de funciones supondrá el 80% de la nota final (ver Anexo VIII. Actividad de evaluación individual escrita).

#### 4.10.1 *Evaluación del proyecto*

Aunque en esta sección de evaluación se han definido las distintas herramientas y criterios de evaluación que se emplearán para determinar el grado de adquisición de los contenidos planteados por parte de los alumnos, es necesario describir las pautas que el docente deberá seguir para extraer la máxima información posible de los alumnos y de las sesiones de trabajo, con el fin de realizar una reflexión crítica de la propuesta planteada.

Para ello, se emplearán principalmente dos métodos: la observación y la recogida de información. Por un lado, se han diseñado varias guías de preguntas para las sesiones de trabajo, que el docente deberá adaptar para cada grupo, con el fin de conocer el grado de satisfacción de los alumnos, las dificultades encontradas y en definitiva si la experiencia ha sido positiva para ellos (ver Anexo II. Actividad de recogida de información sobre geometría con Scratch). Esta parte es muy importante, ya que, si los alumnos no ven estas sesiones de trabajo como algo motivador, pueden tener el efecto contrario y convertirse en unas actividades sin ningún respaldo por parte de los alumnos, que deriven en una pérdida de tiempo.

Por otro lado, la observación del docente en estas sesiones cobra especial importancia, debido a su naturaleza al trabajar fuera de la zona de confort de los estudiantes, con herramientas que no son habituales para ellos. Además, al realizar trabajos en grupo, es muy importante comprobar si realmente las tareas diseñadas son adecuadas para ser realizadas en grupo, o si se pueden ampliar con más contenidos (ver Anexo V. Actividad de creación del primer algoritmo en Scratch).

Esta dinámica de observación y recogida de información tiene que derivar en un proceso de mejora continua, intentando adaptar e incorporar a la propuesta planteada los problemas y aciertos vistos en la realidad de las aulas.

## 5 DISCUSIÓN

Este proyecto ha sido diseñado para facilitar la comprensión de un tema tan importante como son las funciones en matemáticas. El curso seleccionado ha sido el de 2º de Educación Secundaria Obligatoria debido a que es el curso introductorio del concepto de función y es ahí donde los alumnos deben cimentar una buena base de conocimientos sobre funciones, que les permitirá continuar trabajando con múltiples conceptos que se apoyan sobre ellas en matemáticas.

El currículo de Educación Secundaria Obligatoria está bastante saturado de contenidos, y en muchas ocasiones los docentes no pueden detenerse todo lo necesario en asegurarse que los temas expuestos en clase han sido correctamente asimilados por los alumnos. En concreto, en el tema de funciones existe la dificultad añadida de que deben explicarse conceptos, notaciones y lenguajes nuevos, y que los alumnos deben comprenderlos de dos formas diferentes, la algebraica y la gráfica. Este debe ser un factor importante a la hora de planificar el tiempo suficiente de explicación y de afianzamiento en clase. Por este motivo en la propuesta realizada se ha tratado de planificar de una forma progresiva la explicación de las funciones en varias sesiones, tratando al mismo tiempo la forma numérica y su representación gráfica. Además, proporcionando una serie de actividades de refuerzo, se pretende conseguir un nivel homogéneo entre los alumnos y que estos puedan trabajarlos tanto en el aula como desde casa.

Otra dificultad añadida es la falta de recursos digitales para facilitar la comprensión de la parte gráfica de funciones y darle un valor añadido en su aprendizaje. Si no se dispone de los medios necesarios, esta parte quedará a merced de las gráficas realizadas por el docente, que en muchos casos pueden restar claridad a la explicación y sobretodo restar tiempo de explicación y reflexión al tener que emplearlo en la elaboración de las gráficas en la pizarra. En este punto, también se ha intentado actuar con esta propuesta educativa, ya que desplazamos la representación de los datos al uso de varios programadas desarrollados en Scratch que ofrecen un entorno visual, mucho más atractivo para los alumnos que la tradicional pizarra, además eliminamos la incertidumbre

sobre la claridad del contenido, ya que esta herramienta nos ofrece toda la precisión a la hora de dibujar necesaria. Un hándicap a tener en cuenta es el posible desconocimiento que existe de este tipo de herramientas informáticas por parte de los docentes y sobre todo contar con el conocimiento para su correcto manejo y total aprovechamiento de las posibilidades que ofrece. Este punto es mucho más importante de lo que parece, ya que la tecnología por sí no ofrece ningún beneficio si no se usa adecuadamente, sino que al contrario, una herramienta mal contextualizada o incorrectamente empleada puede servir de elemento de distracción y de pérdida de atención. Además, en el caso de Scratch, es necesario que el docente tenga ciertas nociones básicas de programación para conocer el funcionamiento de variables, bucles y directivas de control, por lo que exigiría de un aprendizaje previo por parte de los docentes.

Estas sesiones de trabajo se han planificado dentro un marco lúdico y con carácter especialmente visual, ya que va dirigido a unos alumnos de corta edad, y de este modo incentivar la motivación hacia una materia como las matemáticas, que por lo general no suele despertar excesivo interés. Desde este punto de vista, al tratar a las matemáticas como un vehículo entre el mundo cotidiano, la informática y el juego, se pretende conseguir que al menos los estudiantes no desarrollen una animadversión hacia las matemáticas.

Un inconveniente con el que se puede encontrar el docente, al realizar este proyecto de propuesta educativa es que, al relacionarse con el mundo del juego, los alumnos no se lo tomen realmente en serio y las actividades que con un grupo de alumnos comprometidos son realmente muy interesantes y productivas, se tornen en una forma de perder el tiempo. Todo dependerá de los alumnos y del saber hacer del docente.

Por último, al tratarse de actividades que requieren el uso de ordenadores, se necesitan tanto los medios físicos para llevarlo a cabo (aulas específicas, equipos informáticos, software, etc.) como el conocimiento en estas tecnologías del docente, lo que puede ser un escollo en algunas escuelas, y sobre todo con algunos docentes que sean reacios o que no estén muy acostumbrados a su uso. No obstante, cada día vivimos en un mundo más tecnológico, en el cual hasta los gestos más cotidianos del día a día se realizan a través del teléfono o el ordenador.



## 6 CONCLUSIONES

En este proyecto de innovación educativa, se ha propuesto una forma alternativa de realizar la introducción del concepto de función a los alumnos de 2º de Educación Secundaria Obligatoria, que pretende aunar esfuerzos entre las matemáticas y la informática, para de este modo aprovechar todos los beneficios de las nuevas tecnologías. Además, se ha abordado la problemática existente alrededor del aprendizaje de funciones desde un punto de vista multidisciplinar, que no solo puede aportar su granito de arena para mitigar las dificultades de los alumnos con las funciones, si no que puede contribuir al desarrollo del pensamiento computacional que a día de hoy no está demasiado extendido en nuestras escuelas en la Educación Primaria y Secundaria.

Desde mi punto de vista personal y profesional, trabajar las técnicas y habilidades que ofrece la programación en consonancia con las matemáticas, puede enriquecer en gran medida los métodos pedagógicos empleados en nuestras escuelas. Además, puede servir no solo de un elemento motivador para los alumnos, al encontrarse con un mundo de posibilidades por descubrir, sino que además los docentes pueden encontrar nuevas vías de dar forma a sus ideas y llevarlas al aula.

Es indudable que la sociedad del siglo XXI, está cada día más interrelacionada con la tecnología, por lo que las instituciones deberían incorporar en sus currículos académicos nuevos contenidos para adaptarse a la realidad de la sociedad en la que vivimos. Además, creo necesario encaminar las metodologías empleadas en las escuelas hacia el mundo en el que los estudiantes se deben desenvolver y prepararles para salir airoso de todos los retos que se les planteen.

Por último, considero que la inversión en el desarrollo del conocimiento tecnológico del profesorado, puede servir como fuente de atención de las necesidades educativas de todos aquellos alumnos que precisen una atención más personal o especializada, permitiendo la creación de contenidos prácticamente a la carta, individualizados para

cada alumno, lo que indudablemente redundará en una mejor atención y en consecuencia en una mejora de la calidad en la enseñanza.

## 7 BIBLIOGRAFÍA

- Acuña-Medina, N., León-Arias, M., López-Palomino, L., Villar-Navarro, C. y Mulford-León, R. (2018). Aprendizajes de las Matemáticas Mediados Por Juegos Interactivos En Scratch En La IEDGVCS. *Cultura Educación y Sociedad*, 9(2), 32–42. <https://doi.org/10.17981/cultedusoc.9.2.2018.03>
- Ballesta, F. J., Izquierdo, T. y Romero, B. E. (2011). Percepción del alumnado de Pedagogía ante el uso de metodologías activas. *Educatio Siglo XXI*, 29(2), 353–368.
- Basogain, X., Olabe, M. Á. y Olabe, J. C. (2017). Pensamiento Computacional a través de la Programación: Paradigma de Aprendizaje. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, 46(2), 69–73. <https://doi.org/10.14201/eks2017182717>
- Capot, R. B. y Espinoza, R. M. (2015). Desarrollo del Pensamiento Computacional con Scratch. *Nuevas Ideas En Informatica Educativa*, 616–620. Retrieved from <http://www.tise.cl/volumen11/TISE2015/616-620.pdf>
- De La Fuente, Á. C., Armenteros, M. G. y Moll, V. F. (2012). Análisis de un proceso de estudio sobre la enseñanza del límite de una función. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, 26(42 B), 667–690. <https://doi.org/10.1590/s0103-636x2012000200013>
- De prada, M. D. (1996). El concepto de función: Dificultades en su aprendizaje. Análisis de una experiencia con estudiantes de Enseñanza Media. *Monografías I.E.P.S.*, (20), 1–58.
- Del Olmo, E. J. M. y Moya, J. A. (2017). uso de la calculadora gráfica en línea Desmos para la enseñanza de funciones y gráficas en 3.º ESO. *Suma*, 85, 41–53.
- Deulofeu, J. (2001). Las funciones en la educación secundaria: ¿para qué?, ¿cómo? Aportaciones de la investigación. *X JAEM*, P41, 367–377.
- Eisenberg, T. (1991). Functions and Associated Learning Difficulties. *Advanced Mathematical Thinking*, 140–152. [https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1\\_9](https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_9)

- Fernandez, A. (2006). Metodologías activas para la formación de competencias. *Educatio Siglo XXI*, 24(24), 35–56.
- Ferro, C., Martínez, A. y Otero, M. (2009). Ventajas del uso de las TICs en el proceso de enseñanza-aprendizaje desde la óptica de los docentes universitarios españoles. *EduTec: Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, (29), 5. <https://doi.org/10.21556/edutec.2009.29.451>
- Gaulin, D. C. (2001). Tendencias actuales de la resolución de problemas. *Suma*, 19(1), 51–63.
- Guaypatín, O., Arias, J., Montaluís, R., Cadena, J. y Salazar, J. (2017). Una aproximación a la aplicación de las TICs en la didáctica de la matemática. *Boletín Virtual*, 6(12), 90–101. Retrieved from <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6275742>
- Llorens, F. (2015). Dicen por ahí. . . *Revista de Investigación En Docencia Universitaria de La Informática*, 8(1), 9–10.
- López, M. M. (2013). De las TICs a las TACs: la importancia de crear contenidos educativos digitales. *DIM: Didáctica, Innovación y Multimedia*, (27), 1–15.
- Merino, A. M. (2017). Reflexionando sobre una experiencia educativa centrada en el aprendizaje desde metodologías activas y el uso de las TIC en el aula. *UMA Editorial*, 1–10.
- Ministerio de Educación Cultura y Deporte. (2016). *TIMSS 2015. Estudio internacional de tendencias en matemáticas y Ciencias. Informe español: resultados y contexto*. Retrieved from <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/timss2015final.pdf?documentId=0901e72b822be7f5>
- Ministerio de Educación y Formación Profesional. (2019). *PISA 2018 Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes. Informe Español*. Retrieved from <https://www.educacionyfp.gob.es/dam/jcr:e2be368b-f08c-4ab8-8fd9-eb93b76c6bf2/pisa-2018-programa-para-la-evaluaci-n-online.pdf>

- Nora, S. y Ares, O. E. (2012). La importancia de la visualización en el aprendizaje de conceptos matemáticos. *Edmetic*, 1(2), 88.  
<https://doi.org/10.21071/edmetic.v1i2.2853>
- Puga, L. A. y Jaramillo, L. M. (2015). Metodología activa en la construcción del conocimiento matemático. *Sophía*, 1(19), 291.  
<https://doi.org/10.17163/soph.n19.2015.14>
- Restrepo, B. (2005). Aprendizaje basado en problemas (ABP): una innovación didáctica para la enseñanza universitaria. *Educación y Educadores*, (8), 9–20.
- Sánchez, J. M., González, M. y Sánchez, M. (2012). La Sociedad de la Información: Génesis, Iniciativas, Concepto y su Relación con Las TIC. *Revista UIS Ingenierías*, 11(1), 113–128. Retrieved from  
<https://www.redalyc.org/pdf/5537/553756873001.pdf>
- Segredo, E., Miranda, G., & León, C. (2017). Towards the Education of the Future : Computational Thinking as a Generative Learning Mechanism. *Education in the Knowledge Society*, 18(2), 33–58.
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist Perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114.  
<https://doi.org/10.2307/749205>



## 8 ANEXOS

## Anexo I. Actividad inicial de geometría con Scratch

Esta actividad se realizará de forma autónoma por parte de los alumnos, dentro del contexto del bloque de geometría. El docente proporcionará el enlace para jugar con Scratch sin nombrar en ningún momento a este programa, para que los alumnos participen como una actividad de repaso y autoevaluación.

A continuación, se muestran varias secuencias de la primera pregunta propuesta a los alumnos, para esta actividad introductoria a Scratch sobre el bloque de geometría.

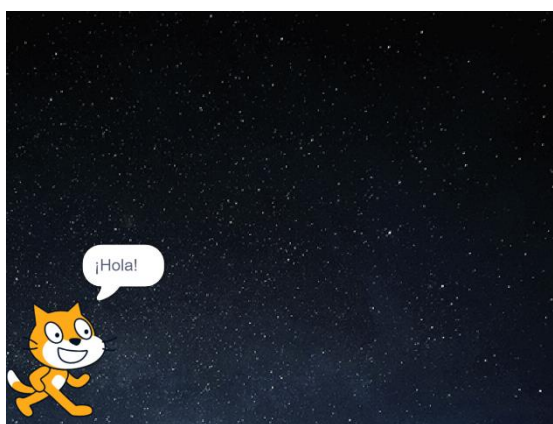


Figura 5. Actividad inicial de geometría con Scratch. Pantalla 1



Figura 6. Actividad inicial de geometría con Scratch. Pantalla 2



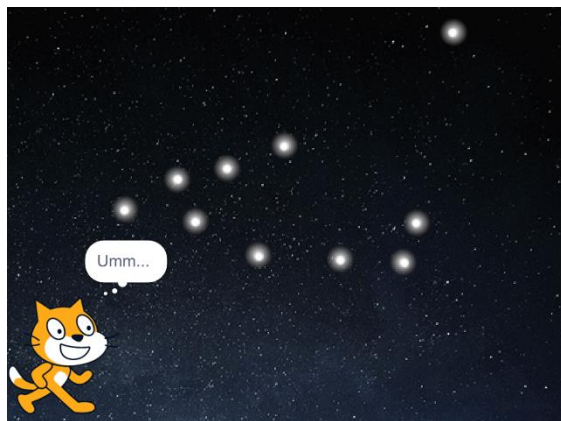


Figura 7. Actividad inicial de geometría con Scratch. Pantalla 3

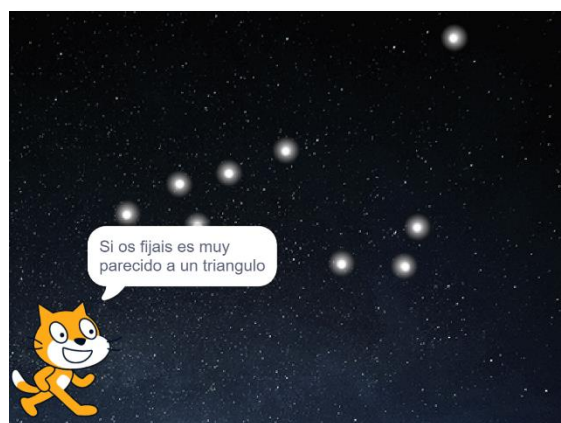


Figura 8. Actividad inicial de geometría con Scratch. Pantalla 4



Figura 9. Actividad inicial de geometría con Scratch. Pantalla 5



Figura 10. Actividad inicial de geometría con Scratch. Pantalla 6

Del mismo modo, se muestra a continuación el código del programa de Scratch que gestiona la realización y validación de esta pregunta:

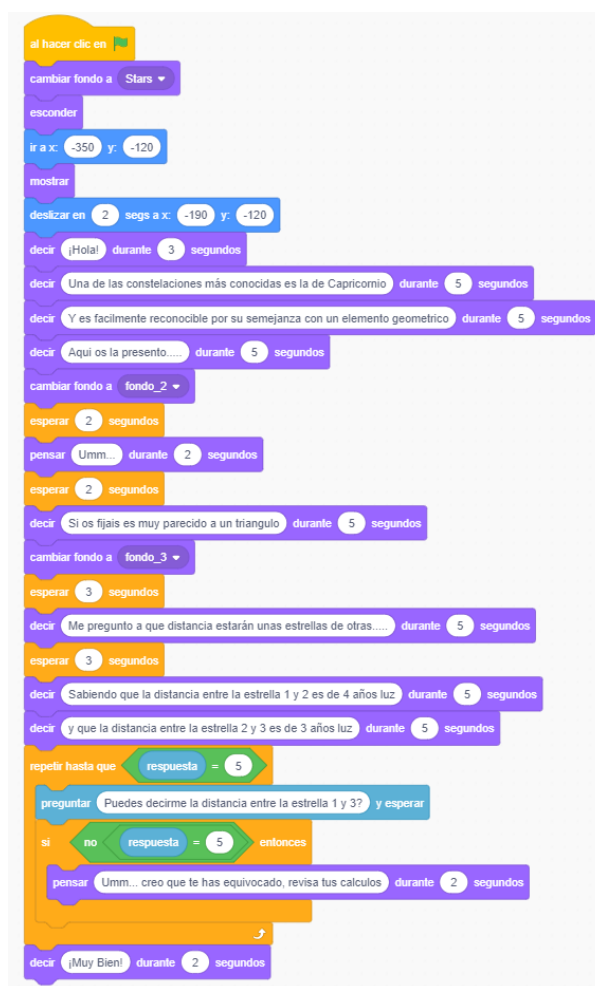


Figura 11. Actividad inicial de geometría con Scratch. Ejemplo de algoritmo

## Anexo II. Actividad de recogida de información sobre geometría con Scratch

En esta segunda actividad relacionada con el bloque de geometría, se planteará a los alumnos que den su opinión sobre la actividad anterior empleando la siguiente plantilla de preguntas como guía para que la conversación fluya con los alumnos.

Número de pregunta	Descripción
1	¿Qué os ha parecido el juego propuesto?
2	¿Habéis tenido alguna dificultad para acceder y comenzar a jugar?
3	¿Habéis sabido responder a las preguntas planteadas?
4	¿Cuáles os han parecido más atractivas o interesantes?
5	¿Qué mejoraríais en el juego?
6	¿Os ha parecido interesante el juego?
7	¿Os gustaría más actividades de este tipo?

*Tabla 4. Actividad de recogida de información sobre geometría con Scratch. Tabla de preguntas guía*

Es importante que el docente recoja aspectos relacionados con la facilidad de uso, la dificultad de la herramienta y del propio contenido académico, así como las impresiones generales de los alumnos hacia este tipo de actividades.

### Anexo III. Actividad de introducción del concepto de función

En esta tercera actividad relacionada con el bloque de funciones, se plantearán a los alumnos varios ejemplos de gráficas para que de forma visual comprenda el concepto de funciones. A continuación, se muestran varias gráficas que serán empleadas por el docente para apoyar su explicación.

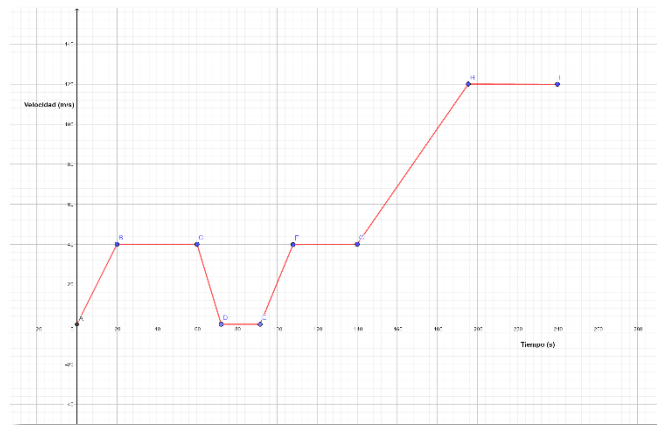


Figura 12. Actividad introducción del concepto de función. Gráfica velocidad y tiempo

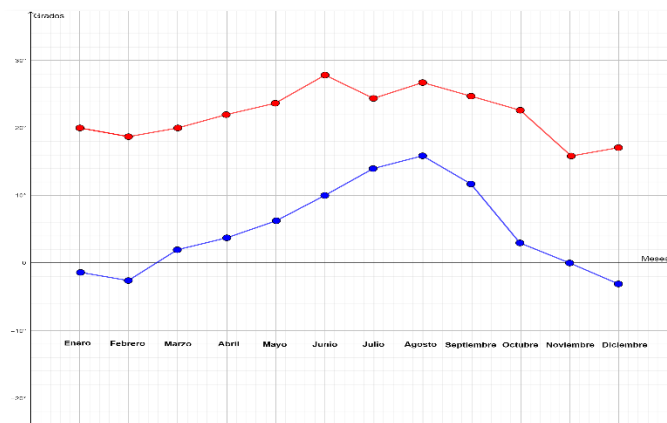


Figura 13. Actividad introducción del concepto de función. Gráfica temperatura y meses

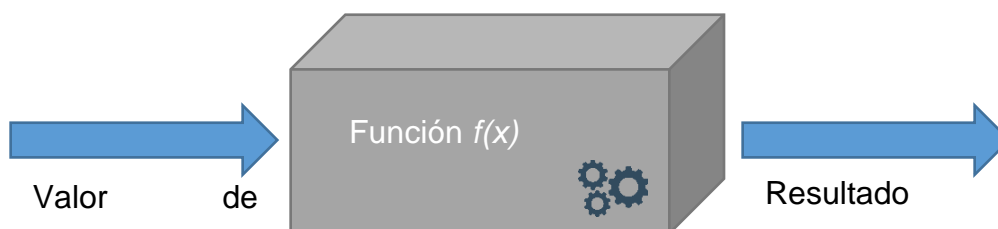
En la segunda parte de la actividad, se les incentivará a los alumnos a generar ellos mismos una gráfica que modele un fenómeno fácilmente reconocible. En este caso se les planteará crear una gráfica sobre la altura de una persona a medida que va

cumpliendo años. Además, se les formularán preguntas que favorezcan sus reflexiones. A continuación, se muestran varias de esas preguntas que el docente realizará a los alumnos.

Número de pregunta	Descripción
1	¿Cuál de las dos magnitudes estará en el eje x e y? ¿Por qué?
2	¿Se pueden intercambiar los valores? ¿cambiaría el sentido?
3	¿Es posible una altura negativa?
4	¿Cuándo tenemos más altura de niños o de adultos?
5	¿Cuándo tenemos más edad de niños o de adultos?
6	¿En algún momento tenemos una edad de 0?

*Tabla 5. Actividad introducción del concepto de función. Tabla preguntas*

Por último, una vez explicado el concepto de función de forma gráfica de una forma fácilmente asimilable, el docente procederá a introducir la forma algebraica de las funciones. Y para ello, se pondrá un ejemplo gráfico de caja negra como el mostrado a continuación:



*Figura 14. Actividad introducción del concepto de función. Caja negra*

Con este ejemplo, se explicará una función sencilla del tipo  $f(x) = 2x + 1$ , generando de este modo una tabla de resultados, en el cual exista una correspondencia entre el dato de entrada y el resultado obtenido una vez aplicada la función dada.

## Anexo IV. Actividad de introducción a la herramienta Scratch

En esta cuarta actividad relacionada con el bloque de funciones, se introducirá definitivamente el uso de la herramienta de Scratch, de una forma progresiva. Al igual que en la actividad 1, el docente ofrecerá a los alumnos un programa basado en Scratch para la representación de funciones.

A continuación, se muestran varias secuencias del programa que el docente ofrecerá a los alumnos para la representación de funciones.

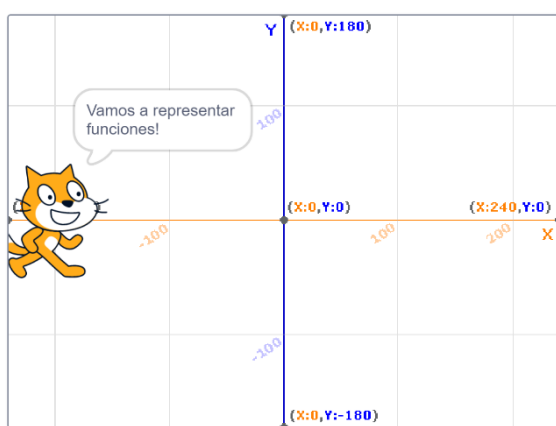


Figura 15. Actividad de introducción a la herramienta Scratch. Pantalla 1



Figura 16. Actividad de introducción a la herramienta Scratch. Pantalla 2

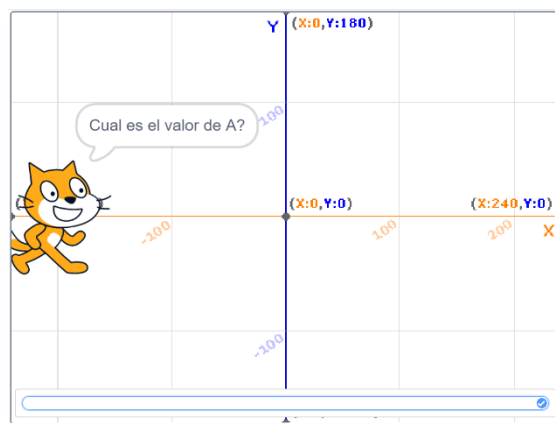


Figura 17. Actividad de introducción a la herramienta Scratch. Pantalla 3

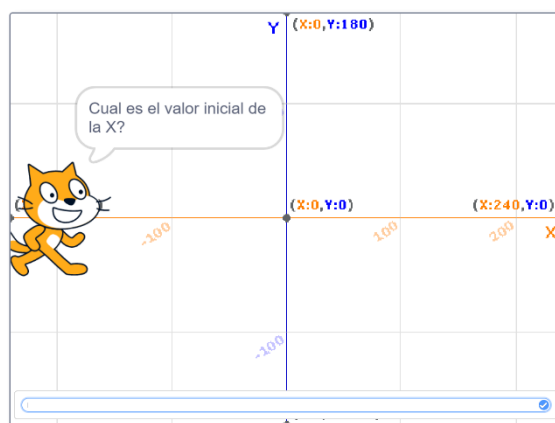


Figura 18. Actividad de introducción a la herramienta Scratch. Pantalla 4

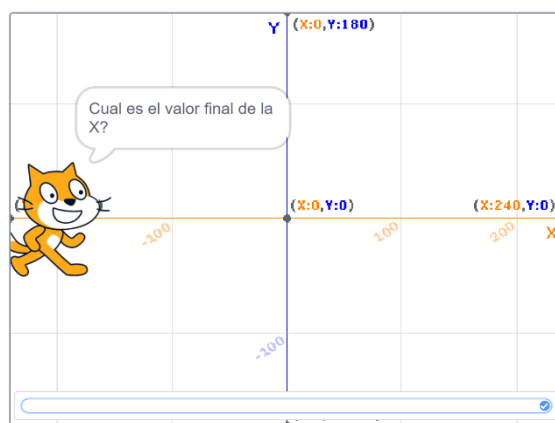


Figura 19. Actividad de introducción a la herramienta Scratch. Pantalla 5

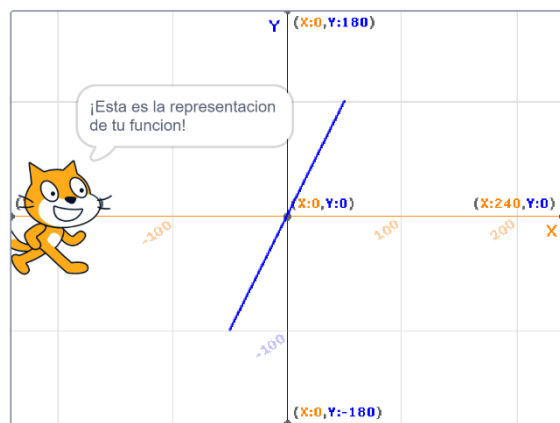


Figura 20. Actividad de introducción a la herramienta Scratch. Pantalla 6

Del mismo modo, se muestra a continuación el código del programa de Scratch que gestiona la representación de funciones:



Figura 21. Actividad de introducción a la herramienta Scratch. Ejemplo de algoritmo



## Anexo V. Actividad de creación del primer algoritmo en Scratch

En esta quinta actividad relacionada con el bloque de funciones, se propondrá a los alumnos la creación de un programa basado en Scratch, que sea capaz de seguir los pasos del algoritmo que crearon en clase. Para el desarrollo de esta actividad se empleará una metodología activa y participativa, en donde los alumnos serán los auténticos protagonistas y donde pondrán en prácticas sus habilidades de trabajo en equipo, fomentando el aprendizaje colaborativo.

En este caso, el docente formará pequeños grupos de 2 o 3 alumnos, que compartirán un mismo ordenador y cuyo objetivo será generar un algoritmo en Scratch que cumpla con los siguientes objetivos:

- Solicitar valores de entrada
- Definir función a calcular
- Calcular los valores de la función para cada valor de entrada
- Representar gráficamente los valores de la función obtenidos

El docente guiará el proceso para que los propios alumnos saquen sus conclusiones y expresen sus razonamientos. Para ello se propone a continuación un guion con varias preguntas que harán reflexionar a los alumnos mientras van desarrollando el algoritmo requerido. Durante toda la actividad los alumnos deberán anotar sus progresos, razonamientos, dificultades y conclusiones, para finalmente entregarlo al docente.

Número de pregunta	Descripción
1	¿Cómo piensan las máquinas? ¿Realmente lo hacen?
2	¿Las mismas instrucciones pueden ser utilizadas por personas y máquinas?
3	¿Pueden existir varios algoritmos que representen la misma función?
4	¿El mismo algoritmo se puede utilizar para representar distintas funciones?
5	¿Qué os resulta más difícil crear/pensar el algoritmo o programarlo?
6	¿Se puede obtener el algoritmo basándonos en el programa de Scratch?

*Tabla 6. Actividad de creación del primer algoritmo en Scratch. Tabla de preguntas a los alumnos*

Transcurridos unos 30 minutos, el docente revisará los algoritmos realizados y les propondrá a los alumnos que verifiquen y validen el resultado. Para ello se propondrá que todos los alumnos, utilicen los mismos parámetros de entrada y la misma función. Además, se les solicitará que calculen los mismos valores a mano y los plasmen en el documento que han realizado a lo largo de la sesión para contrastar si el resultado es correcto o no.

Lista de valores de entrada:

0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 10

Función a calcular:

$2x + 1$

Transcurridos otros 15 minutos para realizar la validación y la redacción de sus conclusiones. Se procederá a poner en común las impresiones de los alumnos y las dificultades que han encontrado. De este modo se trabajará también, las habilidades sociales y de comunicación con los alumnos.

Por último, si los alumnos no han sido capaces de realizar ningún algoritmo que sea capaz de plasmar el algoritmo de clase en Scratch, el docente presentará el siguiente algoritmo a los alumnos:

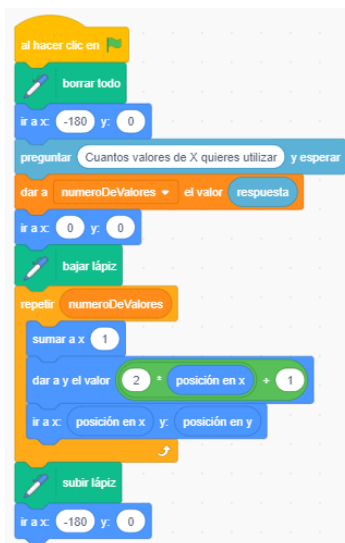


Figura 22. Actividad de creación del primer algoritmo en Scratch. Ejemplo de algoritmo

## Anexo VI. Actividad de profundización y refuerzo

En esta actividad relacionada con el bloque de funciones, se propondrá a los alumnos profundizar en los conceptos de función y en su aplicación mediante la programación con Scratch. Se trabajará en distintos niveles de profundización en el contenido de funciones, incrementando cada vez más la dificultad al añadir elementos nuevos tanto de contenido matemático, como en las herramientas de programación.

En primer lugar, se explicará a los alumnos, que una vez obtenidos los valores de la función dada y tras su representación, podemos analizarla y obtener más información que nos identifiquen características de dicha función. Esto es muy importante para conocer cómo se comporta la función y poder en definitiva clasificarla.

Uno de los primeros ejercicios propuestos será calcular el corte con los ejes de coordenadas de la función dada. El docente realizará un breve refuerzo de lo explicado en clase sobre las funciones, para poner en contexto a los alumnos y ayudarles a centrarse en el objetivo marcado. Para ello les indicará que deben ampliar el programa realizado anteriormente en Scratch y añadir esta funcionalidad. Al igual que en las actividades anteriores, se seguirá la misma metodología de trabajo en clase, pidiendo a los alumnos que recojan sus resultados e impresiones en un documento que al finalizar se entregará al docente. A modo de ejemplo, el docente tendrá preparado un programa basado en Scratch que realice los cálculos necesarios.



Figura 23. Actividad de profundización y refuerzo. Pantalla corte eje

A continuación, se muestra un código de ejemplo de un programa basado en Scratch que calcula los puntos de corte de una función dada.

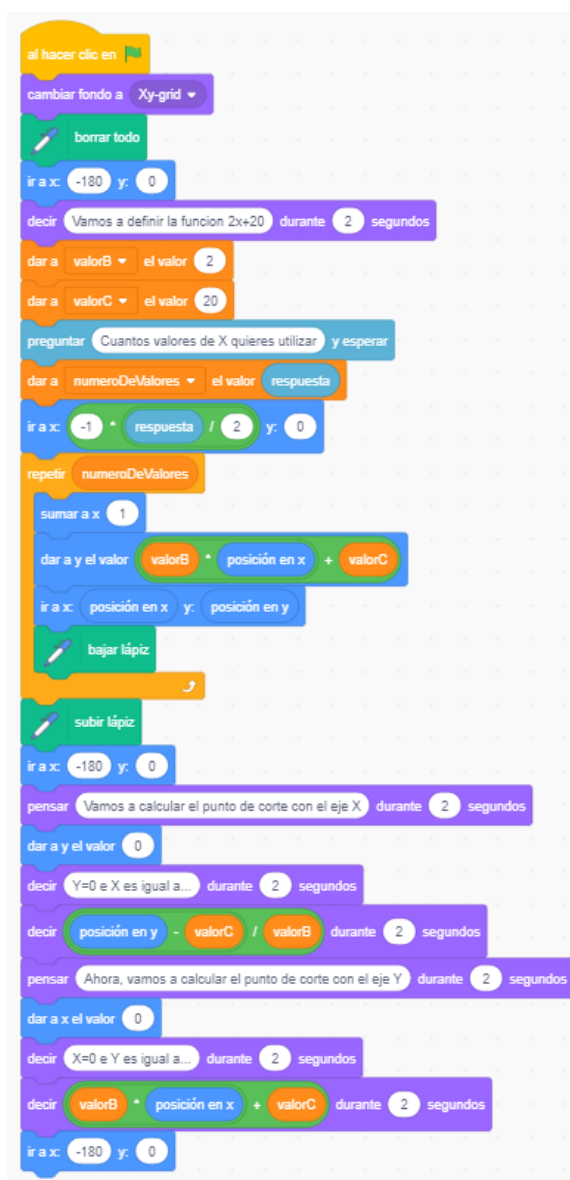


Figura 24. Actividad de profundización y refuerzo. Ejemplo de algoritmo

Del mismo modo, se presentarán diferentes programas que extraigan más información de la función dada, como por ejemplo obtener su crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, etc.

## Anexo VII. Actividades de trabajo en casa

Dentro del área de evaluación diseñada para esta propuesta de intervención educativa, se ha marcado como estrategia de evaluación continua y de refuerzo educativo para realizar en casa, una serie de programas diseñados en Scratch cuya función es trabajar con diferentes conceptos relacionados con funciones. Estas actividades de trabajo en casa estarán divididas en dos partes:

- La primera parte, estará constituida por el propio uso de los programas diseñados para el refuerzo educativo. Estos programas presentarán de una forma clara y concisa aquellos aspectos que quieren reforzar. Estos programas estarán basados en Scratch, y siempre serán presentados como actividades lúdicas donde entrenar los conocimientos sobre funciones. Los programas estarán divididos para trabajar los siguientes aspectos, y son tratados en los diferentes anexos de este proyecto de intervención educativa:
  - Representación de funciones
  - Cálculo de corte con los ejes de coordenadas
  - Obtener los máximos y mínimos relativos
  - Estudio de crecimiento y decrecimiento
- La segunda parte de cada actividad, será realizar un pequeño comentario a modo de reflexión crítica sobre la actividad realizada. Para facilitar las respuestas de los alumnos, se ofrecerán varias preguntas a modo de ejemplo, para que tengan conciencia del tipo de reflexión que se pide.

Número de pregunta	Descripción
1	¿Te ha resultado interesante el contenido trabajado? ¿Por qué?
2	¿Te ha resultado difícil?
3	¿Te ha servido para repasar los conceptos estudiados en clase?
4	¿Hay algo que te haya gustado especialmente?
5	¿Algo que no te haya gustado?

*Tabla 7. Actividades de trabajo en casa. Tabla de preguntas*

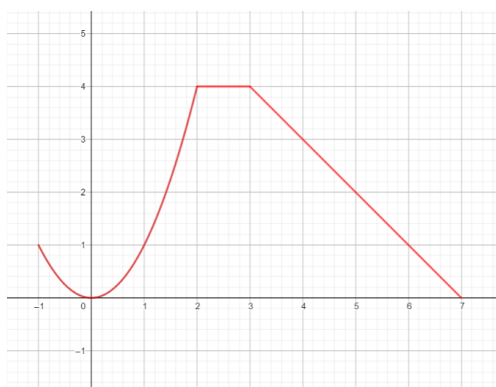
Estos entregables serán una valiosa fuente de información, no solo del tipo de dificultades que los alumnos tienen con el bloque de funciones, si no que ayudará a mejorar los programas a través de los comentarios reflexivos de los alumnos.

## Anexo VIII. Actividad de evaluación individual escrita

**Ejercicio 1. (2 pts.)** Representa en un eje de coordenadas los siguientes puntos, e identifica el cuadrante al que pertenecen:

- a)**  $A(3, 5)$       **b)**  $B(0, 2)$       **c)**  $C(-3, -8)$   
**d)**  $D(5, -4)$       **e)**  $E(-1, 3)$       **f)**  $F(-4, -2)$

**Ejercicio 2. (3 pts.)** Estudia la siguiente función, determinando el dominio, máximos y mínimos, crecimiento y decrecimiento, así como su continuidad:



**Ejercicio 3. (3 pts.)** Representa las siguientes funciones, hallando su punto de corte si existe.

- a)**  $2x^2 + 2x + 2$       **b)**  $4x + 2$

**Ejercicio 4. (2 pts.)** Juan y Pedro están jugando a la pelota, pasándosela entre ellos. Para llegar más lejos, Juan se sube a unas escaleras y lanza desde una posición más elevada que Pedro. Crea una gráfica y justifica tu respuesta que modele el lanzamiento de Juan a Pedro.

**Punto Extra (1 pto.)** Diseña y crea con tus propias palabras un algoritmo que calcule el punto de corte de dos funciones dadas.